

## 人工知能 (AI) 技術と 電磁気学を用いた最適設計 [ I ] ——トポロジー最適化——

Design Optimization Based on Electromagnetism  
and Artificial Intelligence (AI) [ I ]: Topology Optimization

五十嵐 一 伊藤桂一

### Abstract

トポロジー最適化は、穴の生成・消滅を含めて物体形状を自由に変形し、設計要求を満たす最適形状を見いだす。このアプローチは形状のパラメータ表現が難しい対象の設計に有効である。また設計者の知識では得ることが難しい斬新な形状を生み出すことができるため、特に概念設計に有効である。本稿では、トポロジー最適化の原理と電気電子機器への様々な応用について述べる。

キーワード：トポロジー最適化，確率論的最適化，電磁界解析，スロットアンテナ，モータ

#### 1. はじめに

正岡子規は、草花を写生していると「造化の秘密が段々分かって来るような気がする」と書いている。造化の秘密は40億年の進化により生命が得たものである。生命は環境に適應するため、実に精妙な形を獲得してきた。筆者はバクテリオファージの構造を見るたびに、進化原理に畏敬の念を禁じ得ない。さて、このような進化原理を応用し、我々の要望を満たす美しい形を設計することができないだろうか。本稿で述べるトポロジー最適化は、一つの可能性を与える。

電気電子機器をはじめとする工学システムの最適設計

#### 目次

- [ I ] トポロジー最適化 (1月号)
- [ II・完 ] 深層学習・モンテカルロ木探索の応用 (2月号)

五十嵐 一 正員 北海道大学大学院情報科学研究センターシステム情報科学部門  
E-mail igarashi@ssi.ist.hokudai.ac.jp  
伊藤桂一 正員 秋田工業高等専門学校創造システム工学科電気・電子・情報系  
E-mail itok@akita-nct.ac.jp  
Hajime IGARASHI, Member (Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, Sapporo-shi, 060-0814 Japan) and Keiichi ITOH, Member (Department of Electrical and Information Engineering, National Institute of Technology, Akita College, Akita-shi, 010-8511 Japan).  
電子情報通信学会誌 Vol.105 No.1 pp.33-38 2022年1月  
©電子情報通信学会 2022

を考える。通常は設計者が寸法や位置、角度などの幾何パラメータを設定し、制約条件を満足しつつコスト関数が最小になるような最適値を求める。この方法（パラメータ最適化）により、設定したパラメータの範囲内で確実に解が求められる。しかしその反面、想定外の解は得られない。また、例えば材料の力学特性を損ねずに軽量化のための穴を空ける問題を考えると、穴の形状や数が未定であるため、パラメータの設定が難しい。トポロジー最適化は、穴の生成・消滅を含めて（種数の変化を許容して）、物体を自由に変形して最適解を求める方法である<sup>(1),(2)</sup>。このアプローチにより、幾何パラメータの設定が難しい問題を解くことができる。また設計者の既成概念を超えた新しい構造を生み出すことができる。

科学は物質の形・構造から、それらの様々な特性を決定する。しかし与えられた特性を実現する形を求めることは科学の範ちゅうではない。これは工学の役割である。更に要求特性を満たす形を求めるだけでなく、設計者が機械からアイデアを獲得し、知見を学習データとして機械に与える。このような相互の協調により、所望の特性を發揮する「よい」形を創造できないだろうか。このためには形の生成のみならず、形の理解も必要だろう。次回の解説ではトポロジー最適化結果と深層学習による形の理解の試みを紹介する。ヒトと機械の協調による新しい「知」の創造—これを実現するのが、筆者らが目指す人工知能 (AI) である。

2. に示すようにトポロジー最適化には様々な方法がある。本稿では特に進化論的アルゴリズムを用いたトポロ

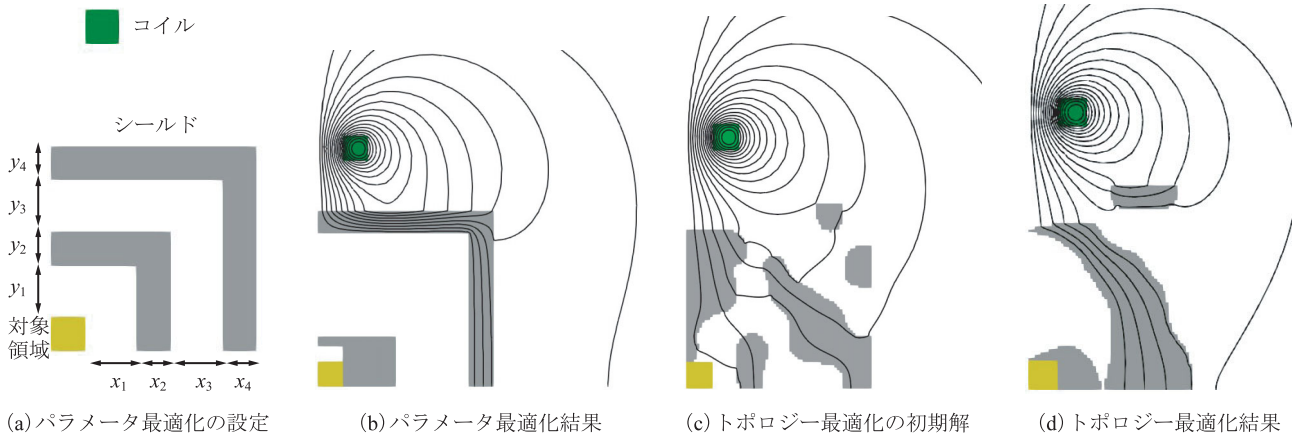


図1 パラメータ最適化とトポロジー最適化を磁気シールドの最適設計に適用した例 (a)の設定により, (b)を得た. (c)は(d)を得る過程で生成された初期解の例.

トポロジー最適化の原理と, 電気電子機器への応用について述べる.

## 2. トポロジー最適化とは

### 2.1 パラメータ最適化との違い

図1にパラメータ最適化とトポロジー最適化を磁気シールドの最適設計に適用した例を示す. この問題の目的は, コイルが作る磁界を対象領域で最小化するようなシールド構造を求めることである. シールド体積も小さくしたいため, 対象領域の平均磁界と磁気シールド体積の重み付き和をコスト関数とする. パラメータ最適化では, 図1(a)のように最初から二重構造を仮定し, 八つのパラメータの最適値を決定した. 一方, トポロジー最適化では, ランダムな磁性体分布からスタートした. その結果, 図1(d)のように二重シールド構造を得た. コイル直下に離れ小島の磁性体があり, これが磁束の一部をブロックしていることが分かる. このようにトポロジー最適化では, 材料配置に仮定を与えずに, 最適構造を探索する. このため予想外の結果も得ることができる.

深層学習などの機械学習では, データは外部から与えられることを前提としている. 一方, 進化原理に基づくトポロジー最適化では, 進化過程で多様な形を生成し, 結果として豊富なデータ (形, 特性) を生み出す. これらを学習データとして用いることで, 形から特性を予想する機械学習を構築できる. 次回の解説ではこのアプローチを紹介する.

### 2.2 トポロジー最適化の様々なアプローチ

トポロジー最適化には, 図2に示すような方法がある. 図2(a)はレベルセット関数と呼ばれる関数  $\phi(\mathbf{x})$  を定義し ( $\mathbf{x}$  は位置ベクトル), 太線で表した等高面

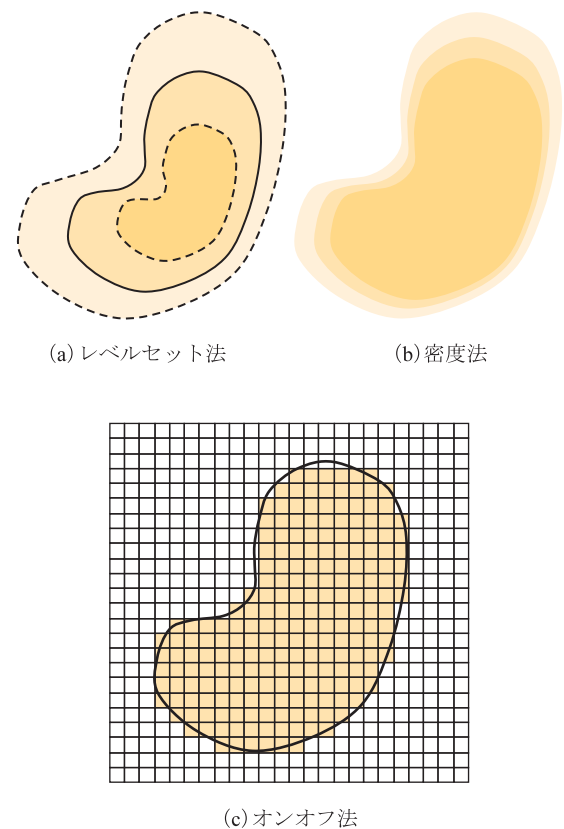


図2 トポロジー最適化の幾何表現

$\phi(\mathbf{x})=0$  で材料境界を表す. 図2(b)では密度関数の値で材料分布を表す. この場合, 材料境界は明確に定義せず, 透磁率などの材料定数を滑らかな密度関数で表す. 中間値の材料定数は実現が難しいため, 材料近傍で密度が急しゅんに変化するように工夫する. 図2(a), (b)は力学をベースとしたトポロジー最適化に広く使われている. レベルセット関数や密度関数は, コスト関数が最小になる方向にゆっくり変化させる (最急降下法). 遺伝

的アルゴリズムのような集団的な最適化に比べ、このような勾配法を用いた手法の計算コストは小さい。しかしコスト関数に極小値が多くあるような多峰性問題の場合には、初期解の近くの極小解に収束してしまう。またコスト関数や制約条件関数の微分が必要であるが、これらの微分を評価することが難しい場合もある。

図2(c)のオンオフ法では、微小セルに2値状態を定義し、例えば1(オン)のとき材料、0(オフ)のとき空気とする。微小セルの状態は、コスト関数が最小となるように、遺伝的アルゴリズムなどの集団的最適化法により求めることが多い。したがって、計算コストは図2(a), (b)の方法よりも大きい。しかし大域探索が可能、微分計算が不要、多目的最適化などへの拡張が容易である、などの利点を有する。以下ではオンオフ法を用いた方法について述べる。

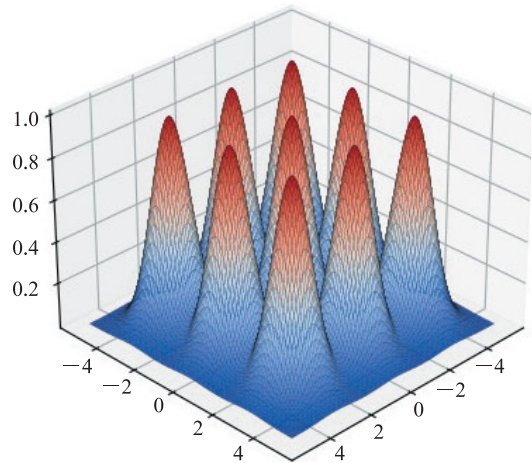
### 2.3 ガウス基底を用いたオンオフ法

図2(c)の方法で材料分布を決めるとき、要素のオンオフを直接、最適化変数にすることが考えられる。しかし、この方法ではチェッカーボード状のまとまりのない分布が得られることが多い。移動平均などの空間フィルタを適用して分布を滑らかにすることもできるが、フィルタリングにより進化が妨げられる懸念がある。このため、滑らかな分布を持つ基底関数の重ね合わせで形状関数 $\psi(\mathbf{x})$ を求め、その符号で材料のオンオフを表すことを考える。基底関数として完備性を持つ三角関数などが考えられるが<sup>(3), (4)</sup>、三角関数のように大域的に分布する関数には、適切な座標軸を導入する必要がある。また細い部分と太い部分が混在するような複雑領域の表現には、大域的な分布を持つ関数は必ずしも適さない。そこで $\mathbf{x}_i$ を中心を持つガウス関数 $G_i(\mathbf{x})$ を重ね合わせて、 $\psi(\mathbf{x}) = \sum w_i G_i(\mathbf{x}) / \sum_i G_i(\mathbf{x})$ のように形状関数を表す<sup>(5)</sup>。図3(a)のように、ガウス関数の中心を設計領域に一様に配置する。図3(b)に $\psi(\mathbf{x})$ の分布を示す。このような表現は複雑領域の材料分布の表現や、局所的な凹凸の表現に適している。

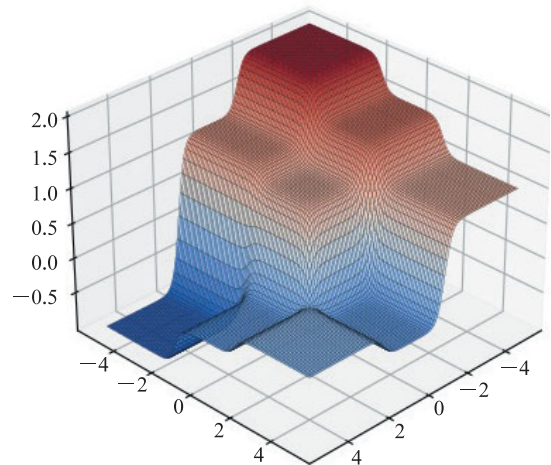
## 3. 電気機器の最適設計

### 3.1 EV 推進用永久磁石モータ

図4(a)は電気自動車(EV)用の永久磁石モータの断面である。回転子の磁気コアに平板状の永久磁石が埋め込まれている。永久磁石の端部に、磁束がコイルに向かうようにガイドする穴(フラックスバリア)が配置されている。モータの設計では、穴の位置・形状がトルク特性や損失を大きく左右するため、これらを最適に設計する必要がある。しかし穴の最適な位置は事前に分からないため、形状パラメータで表すことが難しい。そこでトポロジー最適化が有効になる。



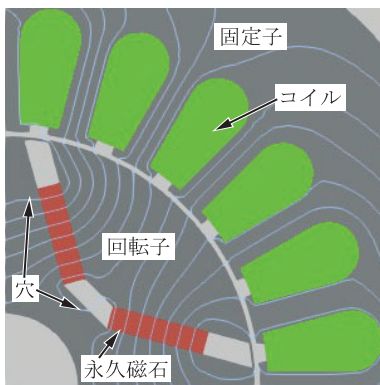
(a) ガウス関数 $G_i(\mathbf{x})$ の配列



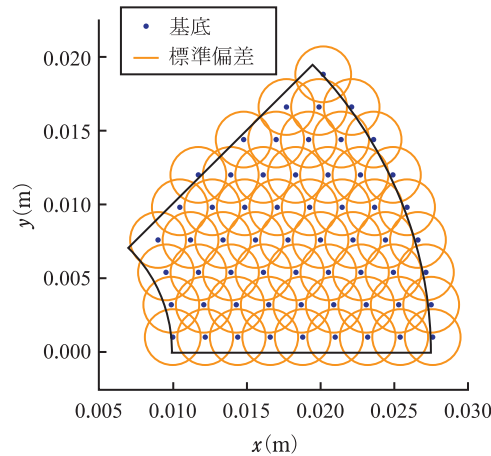
(b) 形状関数 $\psi(\mathbf{x})$

図3 ガウス基底による形状関数の表現 形状関数 $\psi(\mathbf{x})$ の正負で要素のオンオフを決める。

対称性を考慮して、図4(b)のように回転子の一部を設計領域として、ガウス基底を均等に配置した。円は各ガウス基底の影響範囲(標準偏差)を表す。図4(c)に最適化結果を示す。最適化の結果、平均トルク $T_{avg}$ を保ちつつ、トルク変動 $T_{rip}$ を約1/3にすることができた。この例では4(a)と同じ位置に穴が生成されているが、目的関数を変更すると異なる位置に穴ができる。図4(c)の回転子表面近くで回転子磁気コアが細くなっている。このような形状は、トルク変動の抑制に寄与する。この最適化には実数値遺伝的アルゴリズム<sup>(6)</sup>を用い、集団サイズを64、世代数を100とした。初期世代の個体の例を図5に示す。このようにランダムな形状を持つ個体から、図4(c)の最適解に進化した。トポロジー最適化で得られた永久磁石モータを試作し、トルク特性を計測したところ、期待どおりトルク特性を改善できていたことが確認できた<sup>(5)</sup>。



(a) オリジナルモデル  
 $T_{avg}=1.81N\cdot m, T_{rip}=73.5\%$



(b) ガウス基底の配置



(c) 最適化結果  
 $T_{avg}=1.89N\cdot m, T_{rip}=22.5\%$

図4 永久磁石モータ (a)は最適化前のモデル. V字の永久磁石(赤)が回転子鉄心に埋め込まれている. 磁石端部に非磁性体(白)を配置し, 磁束が固定子に向かうようにしている. (b)のようにガウス基底を均一に設定した. それらの分布を, 標準偏差を半径とする円で表す. (c)のように平均トルクを保ちつつ, トルク変動を減少できた.

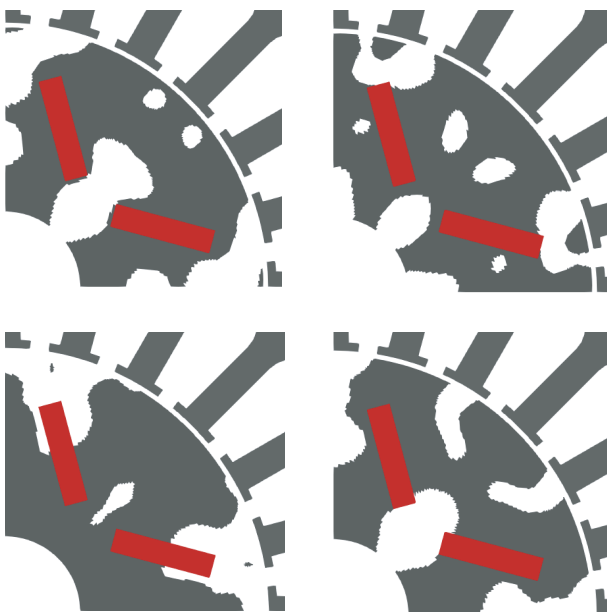
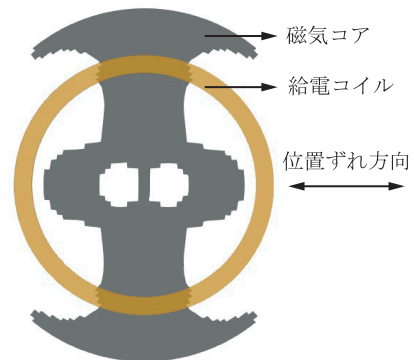


図5 遺伝的アルゴリズムの初期個体 このようなランダムな材料分布を持つ64個体を初期集団として生成し, 進化させた.

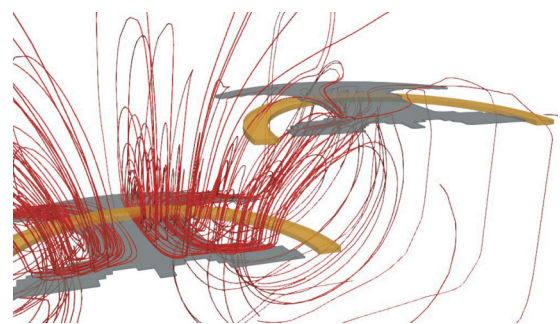
この例では永久磁石を固定して, 穴を最適化した, 永久磁石と穴の両方を同時にトポロジー最適化することもできる<sup>(7)</sup>. また, 永久磁石の形状をパラメータで表し, 穴をガウス基底で表すようなパラメータ最適化とトポロジー最適化の同時実行も可能である<sup>(8)</sup>.

### 3.2 非接触給電

非接触給電には様々なタイプがあるが, ここではコイルペアの磁気的結合により, 一次コイルから二次コイルに非接触で電力を送るタイプを考える. このタイプの非



(a) 最適化結果



(b) 磁束分布

図6 非接触給電 位置ずれによる結合係数の低下を防ぐように最適化した.

接触給電は, EVの充電にも導入が検討されている. コイルの近くに磁性体コアを配置することで磁束漏れを防ぎ, 効率良く電力を送ることができる. このとき, コイルペアの位置ずれがあっても伝送効率の低下を抑えるよ

うな磁性体コアは、どのような形状を持つのがよいだろうか。この設計問題にトポロジー最適化を適用した。図6に最適化結果を示す<sup>(9)</sup>。上下方向にはガイドがあり位置ずれがなく、横方向に位置ずれがあると仮定した。中央の穴は、磁性体コアの重量を減らすために生成された。伝送効率の維持には上下の形状が重要である。図6(b)に位置ずれしたときの磁束分布を示す。一部がコイルペアと有効に鎖交し、電力が伝達される。トポロジー最適化で得られた磁性体コアを実際に作成し、伝達効率を測定したところ、期待どおり、コイルの位置ずれに頑健な特性が得られた<sup>(9)</sup>。

#### 4. アンテナの最適設計

図7(a)に示す誘電体スロットアンテナにトポロジー最適化を適用した。図7(b)のようにガウス基底を立方体領域に均等に配置した。最適化では、図8に示す帯幅

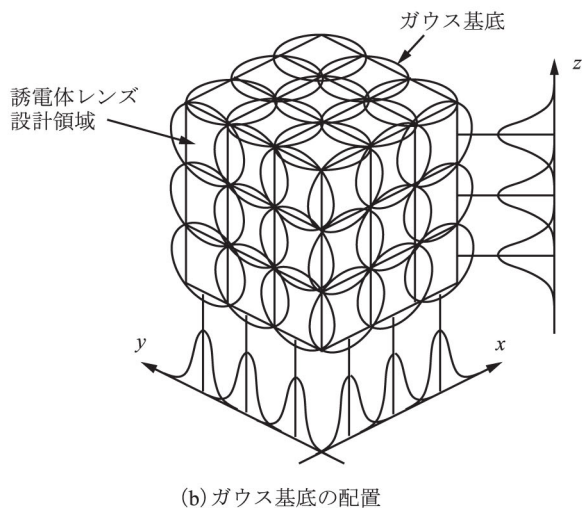
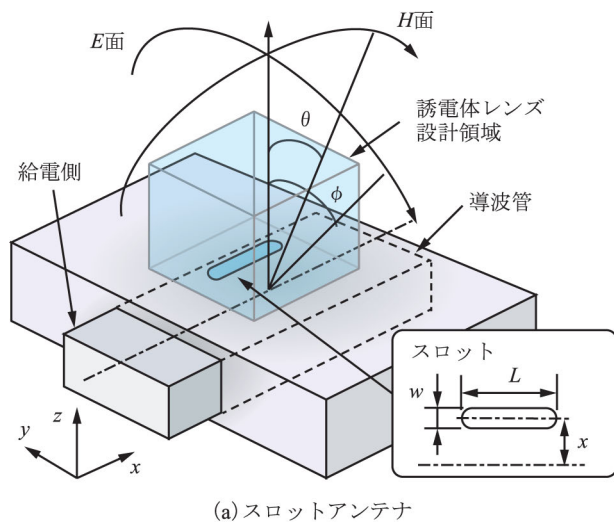


図7 スロットアンテナとガウス基底の配置<sup>(10)</sup>

幅  $BW$  とサイドロープレベル比  $SLL$  から成る目的関数を考えた。最適化結果<sup>(10)</sup>を図9に示す。図9(a)では  $BW$  のみを最大化し、図9(b)では  $BW$  と  $SLL$  の重み付和を最大化した。この結果から、 $SLL$  を考慮すると誘電体アンテナ内部に穴が形成されることが分かる。この結果を実験で確認するため、図9(b)を三次元 (3D) プリンタで実現した。図10(a)~(c)のように、最適化結果を基に、離散モデルを構成し、3D プリンタに与えた。図10(d)に解析結果と測定結果の比較を示す。誘電体レンズにより、指向性が向上している。また解析結果と実験結果はおおむね一致している。

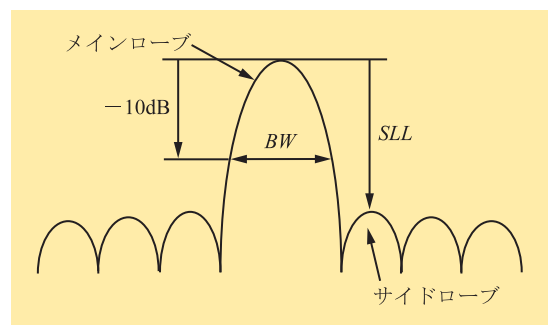


図8 ビーム幅  $BW$  とサイドロープレベル比  $SLL$  の定義<sup>(10)</sup>

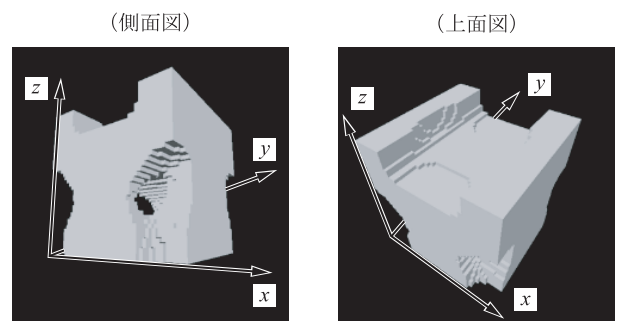
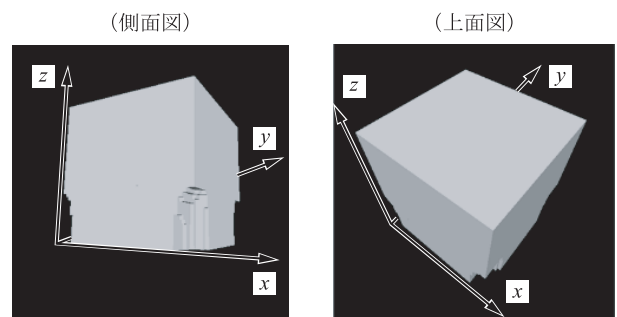
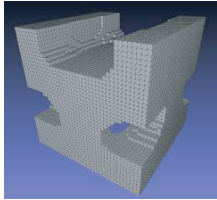


図9 誘電体レンズアンテナの最適化結果<sup>(10)</sup> (a)  $BW$  を最大化、(b)  $BW$ ,  $SLL$  の重み付和を最大化。  $SLL$  を考慮すると、誘電体に穴が形成される<sup>(10)</sup>。



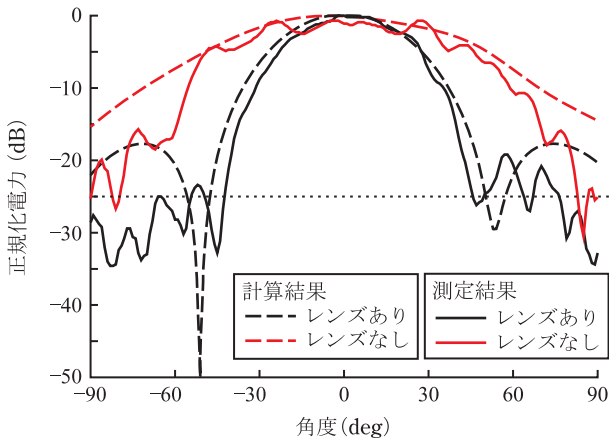
(a) 最適形状



(b) STL:  
(Standard Triangulate Language)



(c) プリンタ出力



(d) 測定結果と解析結果の比較

図 10 実験による確認<sup>(10)</sup>

## 5. おわりに

ガウス基底で材料分布を表し、進化原理に基づいたアルゴリズムで最適分布を求めるトポロジー最適化を中心に述べた。本手法は広域探索が可能、微分計算が不要などの利点がある。一方、計算量は勾配法を用いた手法より多い。この難点は並列計算機の使用により緩和できる。またCMA-ES<sup>(11)</sup>を用いることにより、遺伝的アルゴリズムよりかなり高速に最適解を見いだせる場合がある。実際、CMA-ESで推奨される個体数は変数の対数で増加するのみである。更に、今回の解説で述べるように、深層学習により最適化を高速化することもできる。

航空機の主翼を10億ボクセルに分割し、勾配形のトポロジー最適化を適用した結果が報告されている<sup>(12)</sup>。得られた構造は、サイチョウのくちばしの構造によく似ている。今後、生命の進化が生み出すような美しい構造

を、進化原理に基づくトポロジー最適化により発見したい。

謝辞 本研究の一部は科学研究費補助金 21H01301, 18K18840 の支援を受けて行った。

## 文 献

- (1) M.P. Bendsøe and N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Comp. Methods in Appl. Mech. Eng.*, vol. 71, pp. 197-224, 1988.
- (2) M.P. Bendsøe and O. Sigmund, *Topology Optimization, Theory, Methods and Applications*, Springer, 2004.
- (3) 佐々木秀徳, 五十嵐 一, "フーリエ級数を用いた IPM モータのトポロジー最適化," *電学論 (B)*, vol. 137, no. 3, pp. 245-253, March 2017.
- (4) Y. Tsuji and K. Hirayama, "Design of optical circuit devices using topology optimization method with function-expansion based refractive index distribution," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 20, no. 12, pp. 982-984, 2008.
- (5) 佐藤孝洋, 五十嵐 一, 高橋慎矢, 内山 翔, 松尾圭祐, 松橋大器, "トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化," *電学論 (D)*, vol. 135, no. 3, pp. 291-298, March 2015.
- (6) 小林重信, "実数値 GA のフロンティア," *人工知能誌*, vol. 24, no. 1, pp. 147-162, Jan. 2009.
- (7) T. Sato, K. Watanabe, and H. Igarashi, "Multimaterial topology optimization of electric machines based on normalized Gaussian network," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, 7202604, 2015.
- (8) S. Hiruma, M. Ohtani, S. Soma, Y. Kubota, and H. Igarashi, "Novel hybridization of parameter and topology optimizations : application to permanent magnet motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 7, 8204604, 2021.
- (9) Y. Otomo and H. Igarashi, "A 3-D topology optimization of magnetic cores for wireless power transfer device," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, 8103005, 2019.
- (10) K. Itoh, H. Nakajima, H. Matsuda, M. Tanaka, and H. Igarashi, "Development of small dielectric lens for slot antenna using topology optimization with normalized Gaussian network," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E101-C, no. 10, pp. 784-790, Oct. 2018.
- (11) N. Hansen, S.D. Müller, and P. Koumoutsakos, "Reducing the time complexity of the derandomized evolution strategy with covariance matrix adaptation (CMA-ES)," *Evolutionary Computation*, vol. 11, no. 1, pp. 1-18, 2003.
- (12) N. Aage, E. Andreassen, B.S. Lazarov, and O. Sigmund, "Giga-voxel computational morphogenesis for structural design," *Nature*, vol. 550, 23911, 2017.

(2021年7月30日受付 2021年8月30日最終受付)



い が ら し はじめ  
五十嵐 一 (正員)

昭59北大大学院了。現在、同大学情報科学研究教授。博士(工学)。平28電気学会論文賞、科学技術分野の文部科学大臣表彰科学技術賞(開発部門)各受賞。電気学会フェロー、Int. COMPUMAG Soc. 副会長。著書「数値電磁気学」、「新しい計算電磁気学」など、近著「電気電子機器の最適設計(仮題)」。



い とう けい いち  
伊藤 圭一 (正員)

平6秋田大・鉱山・電子卒。平8同大学院博士前期課程了。現在、秋田高専教授。博士(工学)。主にアンテナの電磁界解析と最適化設計に関する研究に従事。Int. COMPUMAG Soc., 日本シミュレーション学会, 日本AEM学会各会員。